

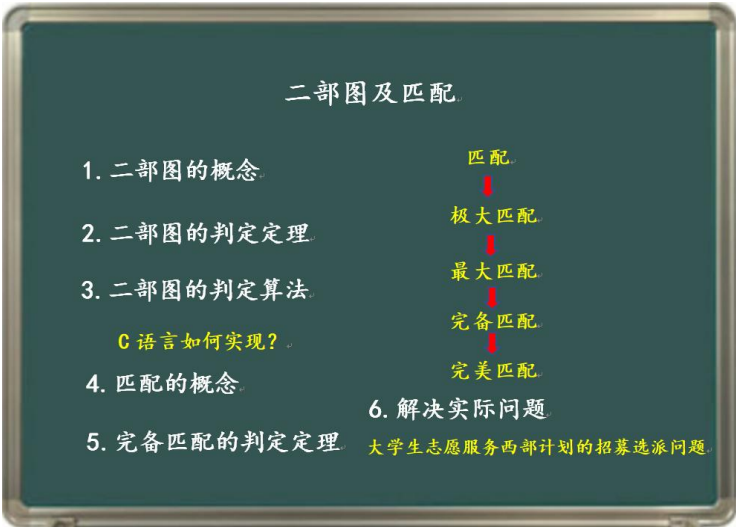
教学设计 4

章节名称	8.1 二部图及匹配	本节内容	二部图及匹配
所需课时	1 课时	所属课程	离散结构
总学时	64	授课对象	网络工程专业 大二学生
教育理念	教学中坚持“学生中心、能力导向、素养提升”的教学理念，依据本课程的教学目标，结合本课程教学内容的特点，在教学方法上总体采用“提出问题→分析问题→解决问题”的教学思路，其中提出问题阶段需要寻找与课程内容相符合的教学案例，并将思政元素融入教学案例中，进而从知识、能力、情感、价值观等多个维度来教育学生。		
教材分析	本课程所使用的教材是由我系教师所组成的教学团队编写的教材《离散数学及其应用》，其中本节课所讲内容为书中二部图及匹配中的相关知识。 在我们日常生活中经常存在一些指派问题，比如校运动会的接力赛跑问题、毕业生投入国家基层建设中的指派问题、学科小组长的选派问题等，这些问题其实都可以使用本节课二部图及匹配中的理论内容来解决。在本节课的教学设计中，首先引入一个具体案例“大学生志愿服务西部计划的招募选派”问题，通过这个具体的问题引导学生进行思考，让学生体会在没有理论知识的支撑下，解决这样的问题是困难的，从而激发学生学习本节课内容的兴趣，此外通过这个具体案例让学生认识		

		一些西部城市，教育学生今后要和服务西部建设做出自己的贡献，当个人利益与集体利益发生冲突时，要牺牲“小我”成就“大我”的奉献精神。
学情分析		知识分析：通过前几节课的学习，学生已具备有关图的基本知识，比如：图的表示方法、图的存储、图的连通性、通路回路等，这些知识是本课程内容学习的基础。本节课所讲内容具有一定的实际意义，因此在授课过程中会通过具体案例来引导学生学习相应的理论知识。 能力分析：前几节课对图的学习仅仅局限在一些基本概念、基本定理的学习上，通过学习图的这些基本内容学生能够将具体的问题使用图的知识来表达，但是如何解决这些具体问题学生还无从下手。 心理分析：本节课所讲的匹配问题可以解决我们日常生活中的一些指派问题，学生学习的积极性应该会很高。
教 学 目 标	知 识 目 标	1. 通过学习二部图的定义，学生能够根据定义观察较为简单的图是否为二部图。 2. 学生能够使用二部图判定定理和判定算法判断给定的图是否为二部图。 3. 学生能够快速区分给定的匹配是匹配、极大匹配、完备匹配、完美匹配中的哪一种匹配。
	能 力 目 标	1. 培养学生知识表达能力，分析归纳总结知识的能力。 2. 对于二部图的判定算法要求学生使用编程语言完成，培养学生的逻辑思维能力、表达能力、动手能力等。 3. 组织学生分小组讨论指定问题，培养学生的观察能

		力、探究能力和团队协作能力。 4. 自觉完成课外阅读：完美匹配判断方法-匈牙利算法，培养学生的自主学习能力和知识理解能力。
	素质目标	1. 通过引入案例“大学生志愿服务西部计划的招募选派”问题，鼓励引导学生积极的投身于国家的西部建设中，使学生增强自身的社会服务意识，关键时刻具备牺牲“小我”成就“大我”的奉献精神，践行社会主义核心价值观，不忘初心，牢记使命。 2. 课上为学生创造条件进行交流和分组讨论，学生可以通过交流弥补自己的不足，体验团队合作的快乐。
教学重点		教学重点： 1. 二部图的概念及判定 2. 各种匹配的概念 处理方式：通过具体的图来学习二部图的概念、判定、匹配的概念。
教学难点		教学难点： 1. 二部图判定算法 2. 完备匹配的判定 3. 匹配的具体应用 处理方式：通过具体的图来进行讲解，通过具体的指派问题来研究匹配的应用。
教学方法		任务驱动法：通过具体案例“大学生志愿服务西部计划的招募选派”问题引出本节课内容，通过本节课内容的学习尝试解决案例中的问题。

	翻转课堂法：由于匹配涉及到的概念偏多，为了让学生可以快速区分各种匹配，需要学生课前预习匹配的相关概念，课上上台讲解。 小组合作探究法：本节课所讲内容在实际生活和今后的学习中经常会使用，通过软件开发中登陆模块的测试用例的选择，组织学生以小组为单位进行研究，并通过提问的方式检查学生的讨论结果。
教学过程 总体思路	<pre> graph LR subgraph 教学过程总体思路 direction TB subgraph 课前 A[学生预习与准备] --> A1[学生课前学习以下内容： (超星学习通平台完成) 1. 二部图的概念 2. 匹配的概念 3. 极大匹配的概念 4. 最大匹配的概念 5. 完备匹配的概念 6. 完美匹配的概念] end subgraph 课中 B[以学生为中心 教师总结 案例分析] --> B1[1. 案例引入 (课程思政) 大学生志愿服务西部计划的招募选派] B --> B2[2. 学生活动：翻转课堂 教师活动：查漏补缺] B --> B3[3. 课堂练习：巩固概念] B --> B4[4. 互动学习： ① 二部图判定定理 ② 二部图判定算法 ③ 匹配之间的关系 ④ 完备匹配的判定定理] B --> B5[5. 具体应用 (项目实战，课程思政)： 解决：大学生志愿服务西部计划的招募选派 思考：匈牙利算法] B --> B6[6. 本课小结及反思] end subgraph 课后 C[学生为主 教师监督] --> C1[布置作业] C --> C2[超星学习通平台自测] C --> C3[课外阅读 (知识扩充)] end A1 -- 作准备 --> B1 A1 -- 作准备 --> B2 A1 -- 作准备 --> B4 A1 -- 知识提升 --> B5 A1 -- 知识应用 --> B5 C1 -- 解决实际问题 --> B5 C1 -- 课外分组实验 (创新特色) --> B5 </pre>
教学过程 具体安排	教学过程具体安排详见“教学过程安排表”

板书设计	
课程资源	本节课内容所包含的课程资源如下： 1. 超星学习通平台中的视频资源、测试题、知识拓展模块中的学习情况。 2. 教师提供的有关本节课内容的参考文献资料。 3. 教师讲课所用的课件。 4. 教材。
教学评价	通过以下方式，检查学生对本节课内容的掌握情况： 1. 通过学生完成课后作业的情况。 2. 通过学生完成超星学习通平台中相应的章节测试的情况。 3. 通过学生完成课外实验的情况。 4. 课后在超星学习通平台发布主题讨论，检查学生的回答情况。

教学过程安排表

教 学 过 程 安 排	1. 知识回顾（2 分钟）	
	回顾上节课所讲的主要内容：图的连通性问题，图的通路与回路问题，图的矩阵表示等。	
	2. 新课主要内容、掌握程度及时间分配：	
	（1）案例引入（2 分钟） （2）学生翻转课堂（15 分钟） ①二部图概念 ②匹配概念 ③极大匹配概念 ④最大匹配概念⑤完备匹配概念⑥完美匹配概念 （3）课堂练习（5 分钟） （4）互动学习（15 分钟） ①二部图判定定理及判定算法 ②匹配之间的关系 ③完备匹配的判定定理 （5）具体应用（10 分钟） （6）本课小结及反思（1 分钟）	
	教学环节一：案例引入（2 分钟）	
	主要内容	教学活动
	为落实党的十九届六中全会精神，某校团委组织开展“青春之歌唱响在西部热土”大学生志愿服务西部计划的招募选派工作，引导毕业生到西部去、到基层去、到祖国最需要的地方，在西部基层锻炼成长、建功立业。	教师活动： 和学生积极讨论“大学生志愿服务西部计划的招募选派”问题。

现有 5 名应届毕业生准备支持西部建设，每人去一座城市。设 5 名学生分别为 A_1、A_2、A_3、A_4、A_5，5 座西部城市分别为：广西百色市凌云县 C_1、四川乐山市马边县 C_2、贵州安顺市紫云县 C_3、云南丽江市永胜县 C_4、甘肃天水市甘谷县 C_5。由于学生对城市有偏好，即他们更愿意去某座城市，意愿表描述如下表所示。问：能否找到一种方案，使得 5 名学生都能去到自己想去的城市？ 表 1 学生意愿表 <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>学生</th><th>西部城市代码</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A_1</td><td>C_1、C_2</td></tr> <tr> <td>A_2</td><td>C_2、C_3</td></tr> <tr> <td>A_3</td><td>C_2、C_3</td></tr> <tr> <td>A_4</td><td>C_1、C_2、C_3</td></tr> <tr> <td>A_5</td><td>C_3、C_4、C_5</td></tr> </tbody> </table> 对于这个问题，引导学生之间进行讨论（停顿几秒），进而引出本节课将要学习的内容——二部图及匹配。	学生	西部城市代码	A_1	C_1 、 C_2	A_2	C_2 、 C_3	A_3	C_2 、 C_3	A_4	C_1 、 C_2 、 C_3	A_5	C_3 、 C_4 、 C_5	学生活动：和教师积极讨论“大学生志愿服务西部计划的招募选派”问题。
学生	西部城市代码												
A_1	C_1 、 C_2												
A_2	C_2 、 C_3												
A_3	C_2 、 C_3												
A_4	C_1 、 C_2 、 C_3												
A_5	C_3 、 C_4 、 C_5												
本环节设计目的 1. 通过引入案例“大学生志愿服务西部计划的招募选派”问题，鼓励引导学生积极的投身于国家的西部建设中，使学生增强自身的社会服务意识，关键时刻具备牺牲“小我”成就“大我”的奉献精神，践行社会主义核心价值观，不忘初心，牢记使命。 2. 通过“大学生志愿服务西部计划的招募选派	备 注 提升兴趣												

工作”案例使学生了解本节课所学内容能够解决什么样的问题。 3. 激发学生对本节课内容的学习兴趣。	
教学环节二：学生翻转课堂（15 分钟）	
主要内容	教学活动
1. 二部图的概念 设 $G=\langle V, E \rangle$ 为一个无向图，若能将 V 分成 V_1 和 V_2 ($V_1 \cup V_2 = V$, $V_1 \cap V_2 = \emptyset$)，使得 G 中的每条边的两个端点都是一个属于 V_1，另一个属于 V_2，则称 G 为二部图 (或称二分图、偶图等)，称 V_1 和 V_2 为互补顶点子集，常将二部图 G 记为 $\langle V_1, V_2, E \rangle$。 又若 G 是简单图并且是二部图，V_1 中每个顶点均与 V_2 中所有的顶点相邻，则称 G 为完全二部图，记为 $K_{r,s}$，其中 $r= V_1$，$s= V_2$。 2. 匹配的概念 设 $G=\langle V, E \rangle$ 为无向图，$E' \subseteq E$，若 E' 中任意两条边均不相邻，则称 E' 为 G 中的匹配。 (1) 若在 E' 中再加入任何 1 条边就都不是匹配了，则称 E' 为极大匹配。 (2) 边数最多的极大匹配称为最大匹配，最大匹配中的元素（边）的个数称为 G 的匹配数。 (3) $G=\langle V_1, V_2, G \rangle$ 为一个二部图，M 为 G 中一个最大匹配，若 $M = \min\{ V_1 , V_2 \}$，则称 M 为 G 中的一个完备匹配，此时若 $V_1 \leq V_2$，则称 M 为 V_1 到	学生活动： 翻转课堂： 学生上台讲解以下概念： 1. 二部图的概念。 2. 匹配的概念。 教师活动： 教师在台下检查学生讲解内容的情况，并记录其中需要补充和完善的内容。 查漏补缺： 待学生讲解完毕，教师进行补充、纠正。

V_2 的一个完备匹配。如果 $ V_1 = V_2 $ ，这时 M 为 G 中的 完美匹配 。	
本环节设计目的	备 注
1. 检查学生课前的预习情况以及对二部图、匹配等概念的理解情况。 2. 通过预习，培养学生的自学能力。 3. 通过翻转课堂，培养学生的语言表达能力。	翻转课堂
教学环节三：课堂练习（5 分钟）	
主要内容	教学活动
例 2：判断图 1 中的六幅图哪些是二部图，哪些是完全二部图？ 图 1 解：根据二部图的定义可知： 二部图有：(a) (b) (c) (d) (e) (f) 完全二部图有：(c) (d) (e) (f) 例 3：试找出图 2 中的 1 个极大匹配，1 个最大匹配。 图 2	教师活动： 布置课堂练习：例 2~例 4，将完成情况发送至超星学习通平台。 学生活动： 完成教师布置的课堂练习：例 2~例 4

解：图 3 中的红色边为图 2 的极大匹配，图 4 中的红色边为图 2 的最大匹配。

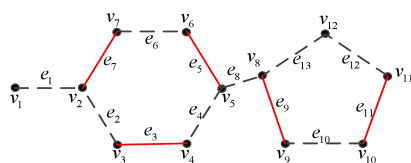


图 3

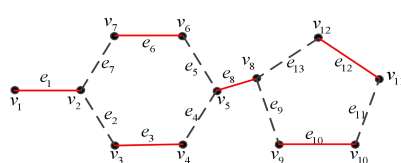


图 4

例 4：考虑图 5 中的三幅图是否是匹配、极大匹配、最大匹配、完备匹配和完美匹配？

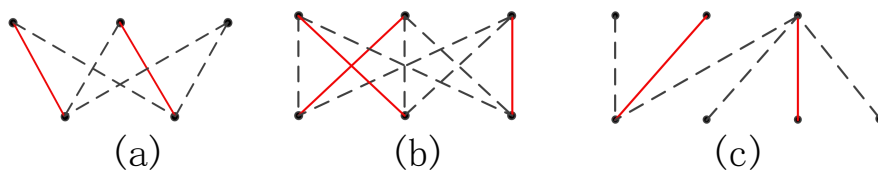


图 5

解：图 5 (a) 为匹配、极大匹配、最大匹配、完备匹配。

图 5 (b) 为匹配、极大匹配、最大匹配、完备匹配和完美匹配。

图 5 (c) 为匹配、极大匹配、最大匹配。

本环节设计目的	备注
1. 学生能够快速判断出给定图是否是二部图。 2. 学生能够快速找出给定图的各种匹配。	知识表达 能力
教学环节四：互动学习（15 分钟）	
主要内容	教学活动
1. 二部图的判定定理 定理 1：无向图 $G=\langle V, E \rangle$ 是二部图当且仅当 G 中无奇圈。	教师活动： 与学生互动完成下面的问题。 1. 讲解二部

证明略。

例 5: 利用二部图的判定定理, 判断例 3 中的图是否为二部图?

2. 二部图的判定算法

对于二部图的判定, 还可以使用相应的算法来判断, 具体算法思想如下:

判断二部图的算法描述如下:

此算法作为课外实验任务, 课后学生使用 C 语言分组完成。

- (1) 任取一结点, 标记为 a;
- (2) 将所有与 a 邻接的结点标记为 b;
- (3) 对任意已标记的结点 v, 将所有与 v 邻接且未标记的结点标记为与 v 相反的标号;
- (4) 重复步骤 (3), 直到不存在与已标记结点邻接且还未标记的结点;
- (5) 若图中还有未标记的结点, 那么这些结点一定在一个新的连通分支中, 再选择其中一个结点标记为 a, 转向步骤 (3);
- (6) 若得到的图中, 所有结点都标记为不同的标号, 那么图 G 就是二部图。若存在一对邻接结点标记为同样的标号, 那么图就不是二部图。

例 6: 利用二部图的判定算法, 判断图 6 中的两幅图是否为二部图?

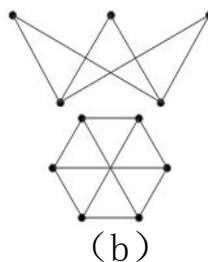
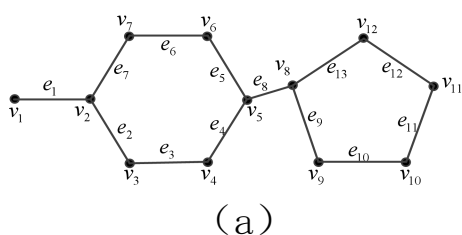


图 6

图的判定定理之后, 提问例 5 的问题。

2. 讲解二部图的判定算法之后, 提问例 6 的问题。

3. 和学生互动思考各种匹配成立的条件。

4. 讲解完备匹配的判定定理 2 之后, 提问例 7 的问题。

5. 讲解完备匹配的判定定理 3 之后, 提问例 8 的问题。

学生活动:

1. 认真听课, 回答例 5 中的问题。

2. 认真听课, 回答例 6 中的问题。

3. 认真听课, 积极思考。

4. 认真听课, 回答例 7 中的问题。

5. 认真听课,

3. 引导学生对各种匹配进行对比和分析，帮助学生识记各种匹配成立的条件。

回答例 8 中的问题。

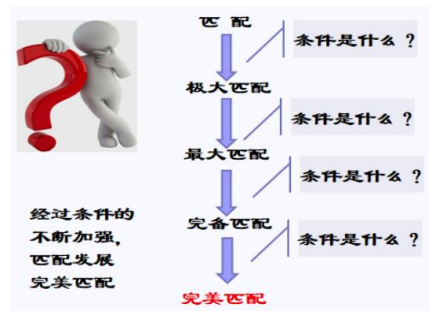


图 6

结论：

(1) 匹配 → 极大匹配 → 最大匹配 → 完备匹配 → 完美匹配，这五种匹配的条件是逐步加强的，比如完美匹配一定是完备匹配，但反之不然；完备匹配必是极大匹配，但反之不然。

(2) 完备匹配与完美匹配其实质都是找一对一的映射关系。

4. 完备匹配的判定定理 (1)

定理 2: 设二部图 $G=\langle V_1, V_2, E \rangle$, $|V_1| \leq |V_2|$, G 中存在从 V_1 到 V_2 的完备匹配当且仅当 V_1 中任意 k 个顶点 ($k=1, 2, 3, \dots, |V_1|$) **至少** 邻接 V_2 中的 k 个顶点。

例 7: 根据完备匹配的判定定理 1，判断例 4 中的哪些图属于完备匹配？

分析例 4 中的图，发现例 4 中图 5 (a) 和图 5 (b) 均满足定理 2 的判定条件，而图 5 (c) 不满足定理 2 的判定条件，因此图 5 (a) 和图 5 (b) 是完备匹配，图 5 (c) 不是完备匹配。

注意：本定理中的条件称为“相异性条件”。 5. 完备匹配的判定定理（2） 定理 3：设二部图 $G=\langle V_1, V_2, E \rangle$，如果 (1) V_1 中每个顶点至少关联 $t(t>0)$ 条边， (2) V_2 中每个顶点至多关联 t 条边， 则 G 中存在 V_1 到 V_2 的完备匹配。 注意：本定理中的条件称为“t 条件”。 例 8：根据完备匹配的判定定理 2，判断例 4 中的哪些图属于完备匹配？	
本环节设计目的	备 注
1. 学生能够使用二部图的判定定理和判定算法判断给定的图是否为二部图。 2. 学生能够区分各种匹配之间的区别和联系。 3. 学生能够使用完备匹配的判定定理 1 和 2 判断给定的二部图是否存在完备匹配。 4. 学生能使用二部图和匹配的知识解决问题。 5. 培养学生分析问题的能力、解决具体问题的能力等。	 课堂提问
教学环节五：具体应用（10 分钟）	
主要内容	教学活动
下面我们使用完备匹配的判定定理来解决本节课开始提出的“大学生志愿服务西部计划的招募选派”问题。	教师活动： 1. 引导学生分组讨论：“大学生志愿服务西部计划的招募

根据表 1 所示的学生意愿表，可以将其转换成图 7 的形式，其中图 7 的上方为 5 名学生所对的顶点，下方为 5 个城市所对的顶点，若某个学生有去对应城市的意愿，则学生和城市之间连边。

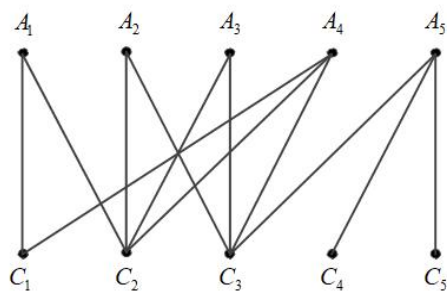


图 7

通过分析，要想解决这个实际问题，其实就是判断图 7 是否是一个完美匹配，根据完备匹配的判定定理 1 先来判断图 7 是否存在一个完备匹配：首先图 7 是一个二部图，其中 $V_1 = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5\}$ ， $V_2 = \{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5\}$ ，其次 V_2 中的 C_4 、 C_5 这 2 个顶点邻接 V_1 中的 1 个顶点 A_5 ，这与条件相违背，图 7 不存在完备匹配，因此图 7 也就没有完美匹配，所以找不到一种匹配方案，使得 5 名学生都能去到自己想去的城市。

对于这个问题下面我们使用完备匹配的判定定理 2 来进行判断，因为 A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 关联的边数分别为 2、2、2、3、3，所以每个顶点至少关联 $t=2$ 条边，而 C_2, C_3 关联了 4 条边， $4 > 2$ ，所以不满足 t 条件，于是找不到合适的匹配，使得每个人都能去到自己想去的城市。

选派”问题。
2. 要求每个小组选一位代表回答讨论结果。
3. 提出使用匈牙利算法寻找最大匹配的思路，和学生共同寻找最大匹配。
4. 课程思政，对学生进行无形的思想教育。

学生活动：

1. 学生分小组讨论：
“大学生志愿服务西部计划的招募选派”问题。
2. 每个小组派一位代表回答讨论结果。
3. 和教师共同寻找最大匹配。

思考：

既然每个人不能都去到自己想去的城市，那么要想办法尽量满足学生的意愿，也就是寻找一个最大匹配，这个过程就可以使用**匈牙利算法**来实现。

具体做法为：在初始匹配的基础上，从一个未匹配点出发，依次经过非匹配边、匹配边、非匹配边…（这条路叫做**交替路**）最终到达另一个未匹配点（这条路叫做**增广路**），在这条增广路上将匹配边和未匹配边进行交换，反复进行这个过程，最终就找到了最大匹配。

匈牙利算法我们下节课来讲解。

对于“大学生志愿服务西部计划的招募选派”问题这个实际问题来说，最多只能满足4位学生的需求，而另一位学生的需求是不能满足的，大家如果遇到这种情况该怎么办呢？我们要从全局出发，发扬牺牲“小我”成就“大我”的奉献精神。

本环节设计目的

备 注

1. 检查学生能否能够灵活使用完备匹配的判定定理解决实际问题。

2. 培养学生分析问题的能力，使用所学知识解决实际问题的能力。

3. 通过小组之间的交流，培养学生的团队协作能力、交流能力。

4. 通过“大学生志愿服务西部计划的招募选派”问题，对学生进行思想教育，当个人利益和集体利益发生冲突时，教育学生要有奉献精神。



小组讨论

教学环节六：本课小结及反思（1 分钟）

主要内容	设计目的
本节课主要通过学习二部图和匹配的相关知识，来解决专业课中的资源分配问题及实际生活中的指派问题等，需要掌握的知识如下： 1. 二部图的概念、二部图的判定定理和二部图的判定算法，其中二部图的判定算法是重点，要求学生能够将算法使用 C 语言代码实现。 2. 匹配、极大匹配、最大匹配、完备匹配和完美匹配的概念，理解各种匹配之间的递进关系。 3. 能够使用完备匹配的判定定理来解决具体的问题。 对于一些具体问题如果没有完备匹配，那么只能找最大匹配，要求学生课后提前学习匈牙利算法。	1. 梳理本堂课知识，强调重点和难点，提高学生的知识总结与归纳能力。 2. 给学生提出课后反思的问题。

课后作业及延伸

主要内容	设计目的
一、利用本节课所讲内容，完成下面的问题。 某中学有 3 个课外小组：物理组、化学组、生物组。今有张、王、李、赵、陈 5 名同学，若已知可能有以下三种情况： （1）张、王为物理组成员，张、李、赵为化学组成员，李、赵、陈为生物组成员； （2）张为物理组成员，王、李、赵为化学组成员，王、李、赵、陈为生物组成员；	1. 通过第一题巩固本节课所学知识，为下一节内容的学习打好基础； 2. 通过阅读给定的参考文献，提升学生课外阅读能力和自主

(3) 张为物理组和化学组成员，王、李、赵、陈为生物组成员。 问在以上 3 种情况下能否各选出 3 名不兼职的组长？ 二、本节课后引导学生阅读以下参考文献，并分析和思考等价关系在哪些具体问题中有所应用？ 1. 匈牙利算法参考博文： https://blog.csdn.net/qg_33829154/article/details/62425921 2. <u>最大匹配 完美匹配——概念 - 百度文库</u> 3. <u>匹配理论及其应用 - 百度文库</u> 4. <u>图论 二分图匹配、最大匹配、完美匹配、匈牙利算法 Authur gyc 的博客-CSDN 博客 完美匹配</u>	学习能力，帮助学生对本节所学的相关知识进行延伸。
---	---------------------------------